

Práctica 5

Dada las siguientes traducciones de argumentos. Demuestre que son teoremas usando diversos métodos de prueba. Puede asumir implícitas la asociatividad, la simetría y la doble negación:

1. Sugerencias: (i) Método directo, (ii) Método abreviado, (iii) Suponiendo el antecedente:

$$\begin{array}{l} \text{H0: } r \Rightarrow t \\ \text{H1: } s \Rightarrow p \vee r \\ \text{H2: } q \vee u \Rightarrow s \\ \text{H3: } \neg t \\ \hline \therefore \neg p \Rightarrow \neg q \end{array}$$

2. Sugerencia: (i) Suponiendo el antecedente y demostrando el consecuente por el método abreviado:

$$\begin{array}{l} \text{H0: } a \Rightarrow (t \Rightarrow p) \\ \text{H1: } p \wedge m \Rightarrow \neg c \\ \text{H2: } \neg j \Rightarrow m \wedge c \\ \hline \therefore p \wedge c \Rightarrow j \end{array}$$

3. Sugerencia: (i) Suponiendo el antecedente y por casos sobre H2, demostrando el consecuente por implicación mútua

$$\begin{array}{l} \text{H0: } \neg(\neg p \wedge \neg q) \\ \text{H1: } s \Rightarrow \neg q \\ \text{H2: } \neg p \vee a \\ \hline \therefore q \equiv \neg p \end{array}$$

4. **Suponga el antecedente y demuestre el consecuente por contradicción.** Tomado del parcial 2 (Enero-Marzo 2010).

$$\begin{array}{l}
 \text{H0: } \neg p \vee q \\
 \text{H1: } s \vee \neg r \\
 \text{H2: } q \vee s \Rightarrow t \\
 \text{H3: } \neg t \wedge w \\
 \hline
 \therefore \quad \neg(p \vee r) \wedge w
 \end{array}$$

5. **Suponga el antecedente y realice una prueba por casos de H0.** Valor 10 puntos. Tomado del parcial 2 (Enero-Marzo 2010).

$$\begin{array}{l}
 \text{H0: } \neg(p \wedge (t \vee w)) \vee (q \vee (z \wedge y)) \vee a \\
 \text{H1: } q \vee (z \wedge y) \Rightarrow (\neg r \vee s) \\
 \text{H2: } (p \wedge t) \vee (w \wedge p) \\
 \text{H3: } (r \vee s \equiv \neg s) \Rightarrow \neg a \\
 \hline
 \therefore \quad \neg s \Rightarrow \neg r
 \end{array}$$

6. **Suponga el antecedente y demuestre el consecuente.** Tomado del parcial 2 (Enero-Marzo 2010).

$$\begin{array}{l}
 \text{H0: } r \Rightarrow t \\
 \text{H1: } t \vee s \Rightarrow p \vee r \\
 \text{H2: } \neg s \Rightarrow (\neg q \wedge u \equiv q) \\
 \text{H3: } \neg t \\
 \hline
 \therefore \quad \neg p \Rightarrow \neg q
 \end{array}$$

7. **Suponga el antecedente y demuestre el consecuente.** Tomado del parcial 2 (SD 2011).

$$\begin{array}{l}
 \text{H0: } (p \wedge \neg t \equiv \neg p) \Rightarrow r \wedge s \\
 \text{H1: } \neg(s \wedge t) \Rightarrow \neg r \\
 \text{H2: } z \wedge (q \vee \neg t \equiv t) \\
 \text{H3: } \neg(\neg p \vee \neg t) \\
 \hline
 \therefore s \wedge (q \vee w)
 \end{array}$$

8. **Suponga el antecedente y demuestre el consecuente por contradicción.** Tomado del parcial 2 (SD 2011).

$$\begin{array}{l}
 \text{H0: } p \wedge q \\
 \text{H1: } \neg(r \wedge s) \Rightarrow (t \wedge v) \vee w \\
 \text{H2: } ((x \neq y) \Rightarrow p \wedge q) \Rightarrow \neg(t \wedge v) \wedge \neg w \\
 \hline
 \therefore \neg(r \wedge s \Rightarrow (t \wedge v) \vee w)
 \end{array}$$

9. **Suponga el antecedente y realice una prueba por casos de H0.** Tomado del parcial 2 (SD 2011).

$$\begin{array}{l}
 \text{H0: } a \vee ((z \equiv y) \wedge x) \\
 \text{H1: } (z \equiv y) \Rightarrow z \\
 \text{H2: } \neg c \Rightarrow (b \Rightarrow \neg a) \\
 \text{H3: } (y \wedge x) \vee d \Rightarrow e \\
 \text{H4: } (c \vee b \equiv c) \Rightarrow e \\
 \hline
 \therefore e
 \end{array}$$

10. **Suponga el antecedente y demuestre el consecuente. Valor 10 puntos.** Tomado del parcial 2 (EM 2009).

$$\begin{array}{l}
 \text{H0: } r \vee s \\
 \text{H1: } p \Rightarrow \neg s \vee \neg r \\
 \text{H2: } s \equiv r \\
 \text{H3: } t \vee p \vee q \\
 \hline
 \therefore \quad \neg q \Rightarrow t
 \end{array}$$

11. **Suponga el antecedente y realice una prueba por casos de H0.** Tomado del parcial 2 (EM 2009).

$$\begin{array}{l}
 \text{H0: } (p \wedge \neg q) \vee (\neg s \wedge t) \\
 \text{H1: } (\neg s \vee r) \Rightarrow (\neg b \Rightarrow \neg t) \\
 \text{H2: } (p \neq p \wedge q) \Rightarrow (w \wedge a) \\
 \text{H3: } t \wedge b \Rightarrow s \wedge \neg z \\
 \text{H4: } (\neg x \Rightarrow y) \Rightarrow \neg w \\
 \hline
 \therefore \quad x \Rightarrow z
 \end{array}$$

12. **Suponga el antecedente y demuestre el consecuente por contradicción.** Tomado del parcial 2 (EM 2009).

$$\begin{array}{l}
 \text{H0: } \neg e \vee (x \wedge \neg y) \vee \neg d \\
 \text{H1: } s \vee t \Rightarrow (y \wedge \neg x) \\
 \text{H2: } p \vee (a \wedge \neg b \wedge c) \Rightarrow (x \equiv y) \\
 \text{H3: } ((a \equiv \neg b) \Rightarrow c) \wedge \neg c \\
 \hline
 \therefore \quad p \Rightarrow \neg((d \wedge e) \vee s \vee t)
 \end{array}$$